

## Глава 6

# Технологии информационного моделирования

### § 36

## Моделирование зависимостей между величинами

### Величины и зависимости между ними

Содержание данного раздела учебника связано с компьютерным математическим моделированием. Применение математического моделирования постоянно требует учета зависимостей одних величин от других. Приведем примеры таких зависимостей:

- 1) время падения тела на землю зависит от его первоначальной высоты;
- 2) давление газа в баллоне зависит от его температуры;
- 3) уровень заболеваемости жителей города бронхиальной астмой зависит от концентрации вредных примесей в городском воздухе.

Реализация математической модели на компьютере (*компьютерная математическая модель*) требует владения приемами представления зависимостей между величинами.

Рассмотрим различные методы представления зависимостей.

Всякое исследование нужно начинать с выделения количественных характеристик исследуемого объекта. Такие характеристики называются **величинами**.

С понятием величины вы уже встречались в базовом курсе информатики. Напомним, что со всякой величиной связаны три основных свойства: *имя, значение, тип*.

Имя величины может быть смысловым и символическим. Примером смыслового имени является «давление газа», а символическое имя для этой же величины —  $P$ . В базах данных величинами являются поля записей. Для них, как правило, используются смысловые имена, например: **ФАМИЛИЯ, ВЕС, ОЦЕНКА** и т. п. В физике и других науках, использующих математический аппарат, применяются символические имена для обозначения величин. Чтобы не терялся смысл, для определенных величин используются стандартные имена. Например, время обозначают буквой  $t$ , скорость —  $V$ , силу —  $F$  и пр.

Если значение величины не изменяется, то она называется постоянной величиной или **константой**. Пример константы — число Пифагора  $\pi = 3,14259\dots$ . Величина, значение которой может меняться, называется **переменной**. Например, в описании процесса падения тела переменными величинами являются высота  $H$  и время падения  $t$ .

Третьим свойством величины является ее **тип**. С понятием типа величины вы также встречались, знакомясь с программированием и базами данных. Тип определяет множество значений, которые может принимать величина. Основные типы величин: числовой, символьный, логический. Поскольку в данном разделе мы будем говорить лишь о количественных характеристиках, то и рассматриваться будут только величины числового типа.

А теперь вернемся к примерам 1–3 и обозначим (поименуем) все переменные величины, зависимости между которыми нас будут интересовать. Кроме имен укажем размерности величин. Размерности определяют единицы, в которых представляются значения величин.

- 1)  $t$  (с) — время падения;  $H$  (м) — высота падения. Зависимость будем представлять, пренебрегая учетом сопротивления воздуха; ускорение свободного падения  $g$  ( $\text{м}/\text{с}^2$ ) будем считать константой.
- 2)  $P$  ( $\text{Н}/\text{м}^2$ ) — давление газа (в единицах системы СИ давление измеряется в ньютонах на квадратный метр);  $t$   $^\circ\text{C}$  — температура газа. Давление при нуле градусов  $P_0$  будем считать константой для данного газа.
- 3) Загрязненность воздуха будем характеризовать концентрацией примесей (каких именно, будет сказано позже) —  $C$  ( $\text{мг}/\text{м}^3$ ). Единица измерения — масса примесей, содержащихся в 1 кубическом метре воздуха, выраженная в миллиграммах. Уровень заболеваемости будем характеризовать числом хронических больных астмой, приходящихся на 1000 жителей данного города —  $P$  (бол./тыс.).

Отметим важное качественное различие между зависимостями, описанными в примерах 1 и 2, с одной стороны, и в примере 3, с другой. В первом случае зависимость между величинами является полностью определенной: значение  $H$  однозначно определяет значение  $t$  (пример 1), значение  $t$  однозначно определяет значение  $P$  (пример 2). Но в третьем примере зависимость между значением загрязненности воздуха и уровнем заболеваемости носит существенно более сложный характер; при одном и том же уровне загрязненности в разные месяцы в одном и том же городе (или в разных городах в один и тот же месяц) уровень заболеваемости может быть разным, поскольку на него влияют и многие другие факторы. Отложим более детальное обсуждение этого примера до следующего параграфа, а пока лишь отметим, что на математическом языке зависимости в примерах 1 и 2 являются **функциональными**, а в примере 3 — нет.

## Математические модели

Если зависимость между величинами удается представить в математической форме, то мы имеем математическую модель.

**Математическая модель** — это совокупность количественных характеристик некоторого объекта (процесса) и связей между ними, представленных на языке математики.

Хорошо известны математические модели для первых двух примеров. Они отражают физические законы и представляются в виде формул:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}; \quad P = P_0 \left( 1 + \frac{t}{273} \right).$$

Это примеры зависимостей, представленных в функциональной форме. Первую зависимость называют корневой (время пропорционально квадратному корню высоты), вторую — линейной.

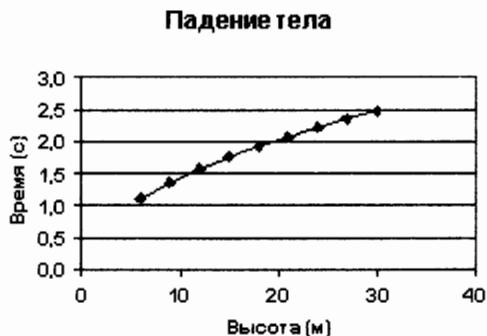
В более сложных задачах математические модели представляются в виде уравнений или систем уравнений. В конце данной главы будет рассмотрен пример математической модели, которая выражается системой неравенств.

В еще более сложных задачах (пример 3 — одна из них) зависимости тоже можно представить в математической форме, но не функциональной, а иной.

### Табличные и графические модели

Рассмотрим примеры двух других, не формульных, способов представления зависимостей между величинами: **табличного и графического**. Представьте себе, что мы решили проверить закон свободного падения тела экспериментальным путем. Эксперимент организуем следующим образом: будем бросать стальной шарик с 6-метровой высоты, 9-метровой и т. д. (через 3 метра), замеряя высоту начального положения шарика и время падения. По результатам эксперимента составим таблицу и нарисуем график.

$H, \text{ м}$	$t, \text{ с}$
6	1,1
9	1,4
12	1,6
15	1,7
18	1,9
21	2,1
24	2,2
27	2,3
30	2,5



**Рис. 6.1.** Табличное и графическое представление зависимости времени падения тела от высоты

Если каждую пару значений  $H$  и  $t$  из данной таблицы подставить в приведенную выше формулу зависимости высоты от времени, то формула превратится в равенство (с точностью до погрешности измерений). Значит, модель работает хорошо. (Однако если сбрасывать не стальной шарик, а большой легкий мяч, то равенство не будет достигаться, а если надувной шарик, то значения левой и правой частей формулы будут различаться очень сильно. Как вы думаете, почему?)

В этом примере мы рассмотрели три способа моделирования зависимости величин: функциональный (формула), табличный и графический. Однако *математической моделью* процесса падения тела на землю можно назвать только формулу. Формула более универсальна, она позволяет определить время падения тела с любой высоты, а не только для того экспериментального набора значений  $H$ , который отображен на рис. 6.1. Имея формулу, можно легко создать таблицу и построить график, а наоборот — весьма проблематично.

Точно так же тремя способами можно отобразить зависимость давления от температуры. Оба примера связаны с известными физическими законами — законами природы. Знания физических законов позволяют производить точные расчеты, они лежат в основе современной техники.

Информационные модели, которые описывают развитие систем во времени, имеют специальное название: **динамические модели**. В примере 1 приведена именно такая модель. В физике динамические информационные модели описывают движение тел, в биологии — развитие организмов или популяций животных, в химии — протекание химических реакций и т. д.

## Система основных понятий

Моделирование зависимостей между величинами			
Величина — количественная характеристика исследуемого объекта			
Характеристики величины			
Имя: отражает смысл величины	Тип: определяет возможные значения величины	Значение	
		константа	переменная
Виды зависимостей:			
Функциональные		Иные	
Способы отображения зависимостей			
Математическая модель	Табличная модель	Графическая модель	
Описание развития систем во времени — динамическая модель			

## Вопросы и задания

1. а) Какие вам известны формы представления зависимостей между величинами?  
 б) Что такое математическая модель?  
 в) Может ли математическая модель включать в себя только константы?
2. Приведите пример известной вам функциональной зависимости (формулы) между характеристиками какого-то объекта или процесса.
3. Обоснуйте преимущества и недостатки каждой из трех форм представления зависимостей.

### § 37

## Модели статистического прогнозирования

### О статистике и статистических данных

Рассмотрим способ нахождения зависимости частоты заболеваемости жителей города бронхиальной астмой от качества воздуха (третий пример из сформулированных в начале предыдущего параграфа). Любому человеку понятно, что такая зависимость существует. Очевидно, чем хуже воздух, тем больше больных астмой. Но это качественное заключение. Его недостаточно для того, чтобы управлять уровнем загрязненности воздуха. Для управления требуются более конкретные знания. Нужно установить, какие именно примеси сильнее всего влияют на здоровье людей, как связана концентрация этих примесей в воздухе с числом заболеваний. Такую зависимость можно установить только экспериментальным путем: посредством сбора многочисленных данных, их анализа и обобщения.

При решении таких проблем на помощь приходит:

**Статистика** — наука о сборе, измерении и анализе массовых количественных данных.

Существуют медицинская статистика, экономическая статистика, социальная статистика и другие. Математический аппарат статистики разрабатывает наука под названием **математическая статистика**.

Рассмотрим пример из области медицинской статистики.

Известно, что наиболее сильное влияние на бронхиально-легочные заболевания оказывает угарный газ — оксид углерода. Поставив цель определить эту зависимость, специалисты по медицинской статистике проводят сбор данных. Они собирают сведения из разных городов о средней концентрации угарного газа в атмосфере и о заболеваемости астмой (число