Автор – Давыдова Баина Владимировна
ученица 7 класса

Davidova Baina Vladimirovna

Руководитель – Улюмджиева Наталья Бадмаевна, тел. 927 646 8667,
e-mail: nataslav08@mail.ru

Республика Калмыкия Юстинский район п. Цаган Аман пер. Школьный, 6 МБОУ «Цаганаманская гимназия» ,
тел. 84744 9 13 45, e-mail: zagangimn@yandex.ru

Адрес: Республика Калмыкия Юстинский район п. Цаган Аман

ул. Октябрьская, 104

e-mail: baina8@mail.ru

Международный конкурс «Математика и проектирование»
Номинация: История математики

Тема: Золотое сечение и живопись

Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них — это теорема Пифагора, а другое — деление отрезка в среднем и крайнем отношении.

И. Кеплер (1571—1630)

На уроке математики я услышала о «Золотом сечении», и его применении в различных областях: природе, архитектуре, живописи, литературе, музыке. А так как я учусь в Детской школе искусств, мне захотелось более подробно узнать, как можно применить знания о золотом сечении в живописи.

Цель и задачи:

1. **Определить, что такое золотое сечение в математике.**
2. **Узнать, как люди определяли связь математики и искусства.**
3. **Познание законов красоты и гармонии через понятие золотого сечения**

Золотое сечение – гармоническая пропорция

В математике *пропорцией* (лат. proportio) называют равенство двух отношений: $a : b = c : d$.

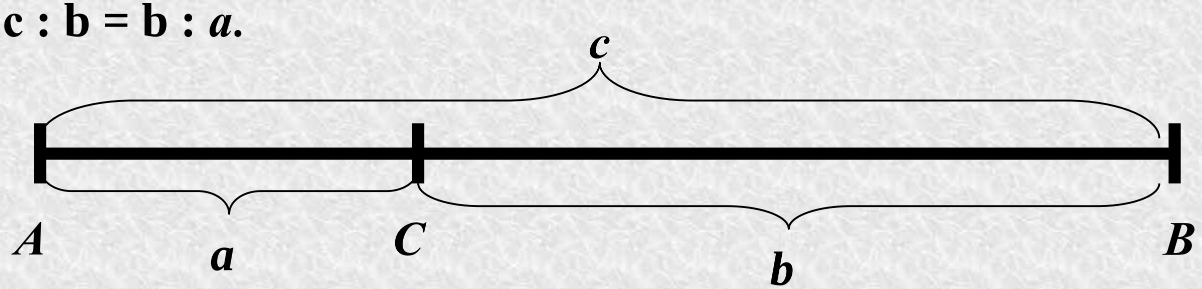
Отрезок прямой *AB* можно разделить на две части следующими способами:

1. на две равные части – $AB : AC = AB : BC$;
2. на две неравные части в любом отношении (такие части пропорции не образуют);
3. таким образом, когда $AB : AC = AC : BC$.

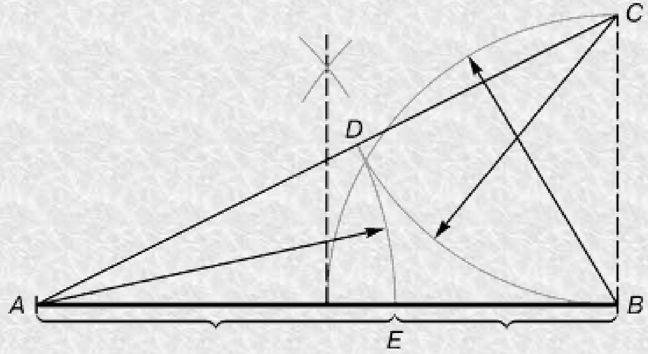
Последнее и есть золотое деление или деление отрезка в крайнем и среднем отношении.

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему

$a : b = b : c$ или $c : b = b : a$.



Практическое знакомство с золотым сечением начинают с деления отрезка прямой в золотой пропорции с помощью циркуля и линейки.



Из точки *B* восставляется перпендикуляр, равный половине *AB*. Полученная точка *C* соединяется линией с точкой *A*. На полученной линии откладывается отрезок *BC*, заканчивающийся точкой *D*. Отрезок *AD* переносится на прямую *AB*. Полученная при этом точка *E* делит отрезок *AB* в соотношении золотой пропорции.

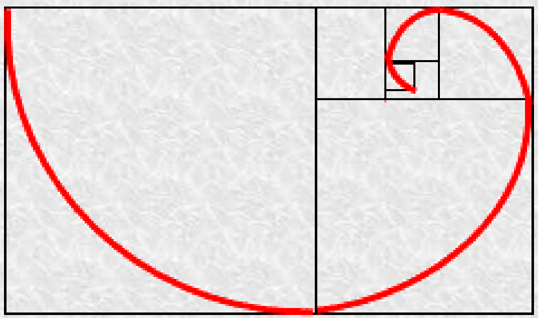
Отрезки золотой пропорции выражаются бесконечной иррациональной дробью *AE* = 0,618..., если *AB* принять за единицу, *BE* = 0,382... Для практических целей часто используют приближенные значения 0,62 и 0,38.

Полученное число обозначается буквой φ. Это первая буква в имени великого древнегреческого скульптора Фидия, жившего в V в до н.э., который часто использовал золотое отношение в своих произведениях.

Золотые фигуры

Прямоугольник, стороны которого находятся в золотом отношении, т.е. отношение ширины к длине даёт число φ, называется <u>золотым прямоугольником</u>

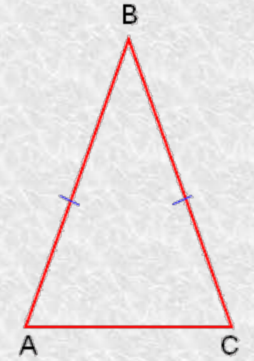
$$\frac{KL}{KN} = \varphi$$



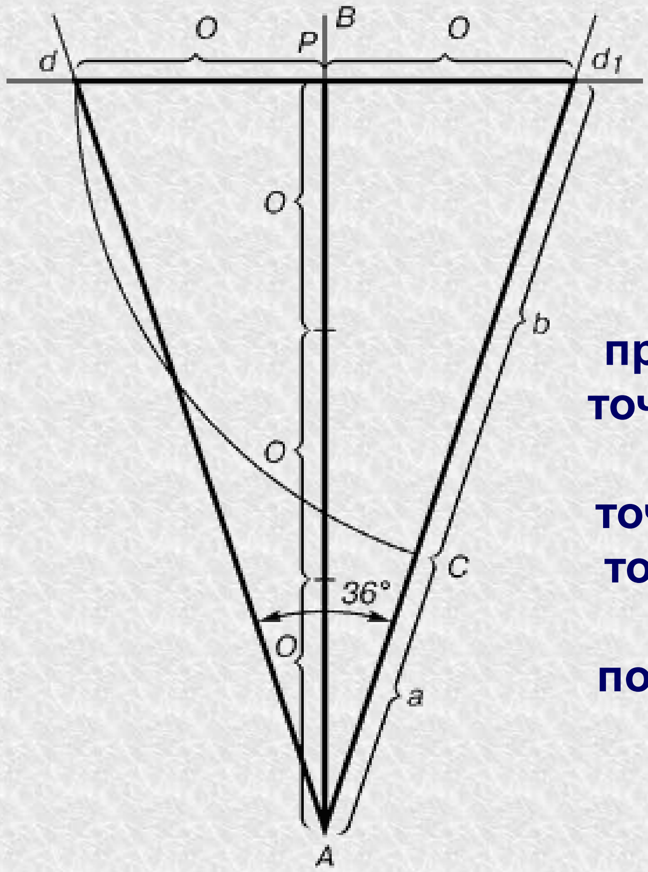
Если построить в нём квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника, у которого с прямоугольником общий прямой угол, то снова получим золотой прямоугольник меньших размеров. В этом прямоугольнике снова построим квадрат, у которого с прямоугольником общий угол, и со стороной равной меньшей стороне прямоугольника. Снова получился золотой прямоугольник. Произведём несколько аналогичных построений. Видим, что весь прямоугольник оказался составленным из вращающихся квадратов. Соединим противолежащие вершины квадратов плавной кривой.

Мы получили кривую, которая является <u>золотой спиралью</u> . Оказывается, в природе встречаются золотое сечение и золотая спираль.

Золотым называется такой **равнобедренный треугольник**, основание и боковая сторона которого находятся в золотом отношении:



$$\frac{AC}{AB} = \varphi$$

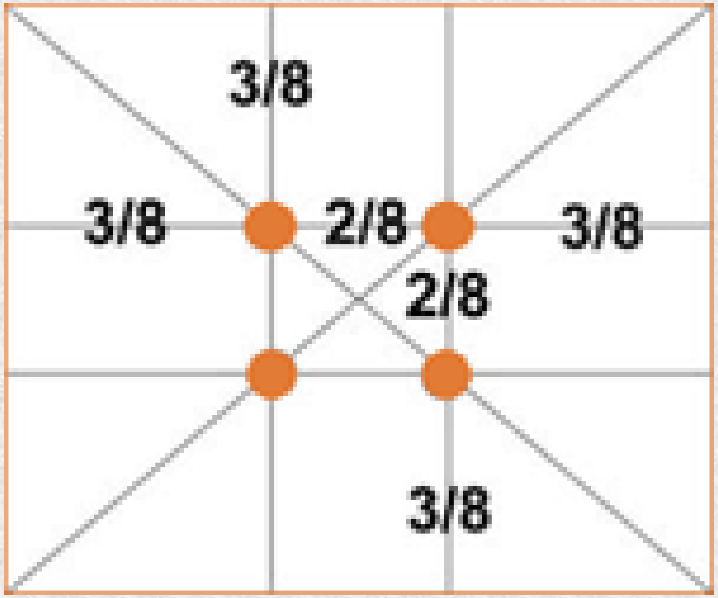


Построение золотого треугольника

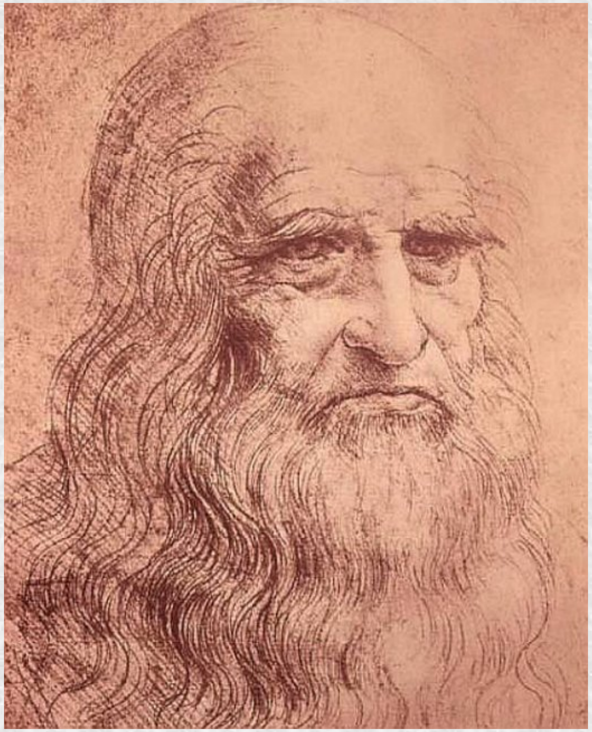
Проводим прямую *AB*. От точки *A* откладываем на ней три раза отрезок *O* произвольной величины, через полученную точку *P* проводим перпендикуляр к линии *AB*, на перпендикуляре вправо и влево от точки *P* откладываем отрезки *O*. Полученные точки *d* и d_1 соединяем прямыми с точкой *A*. Отрезок dd_1откладываем на линию Ad_1, получая точку *C*. Она разделила линию Ad_1 в пропорции золотого сечения. Линиями Ad_1 и dd_1 пользуются для построения «золотого» прямоугольника.

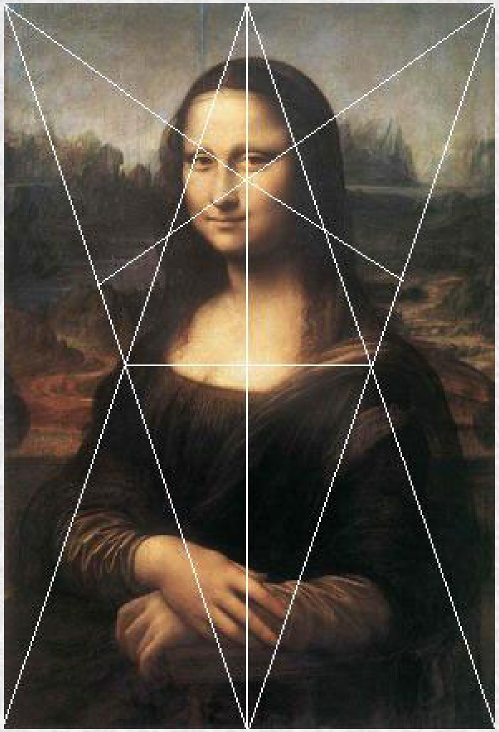
Золотое сечение в живописи

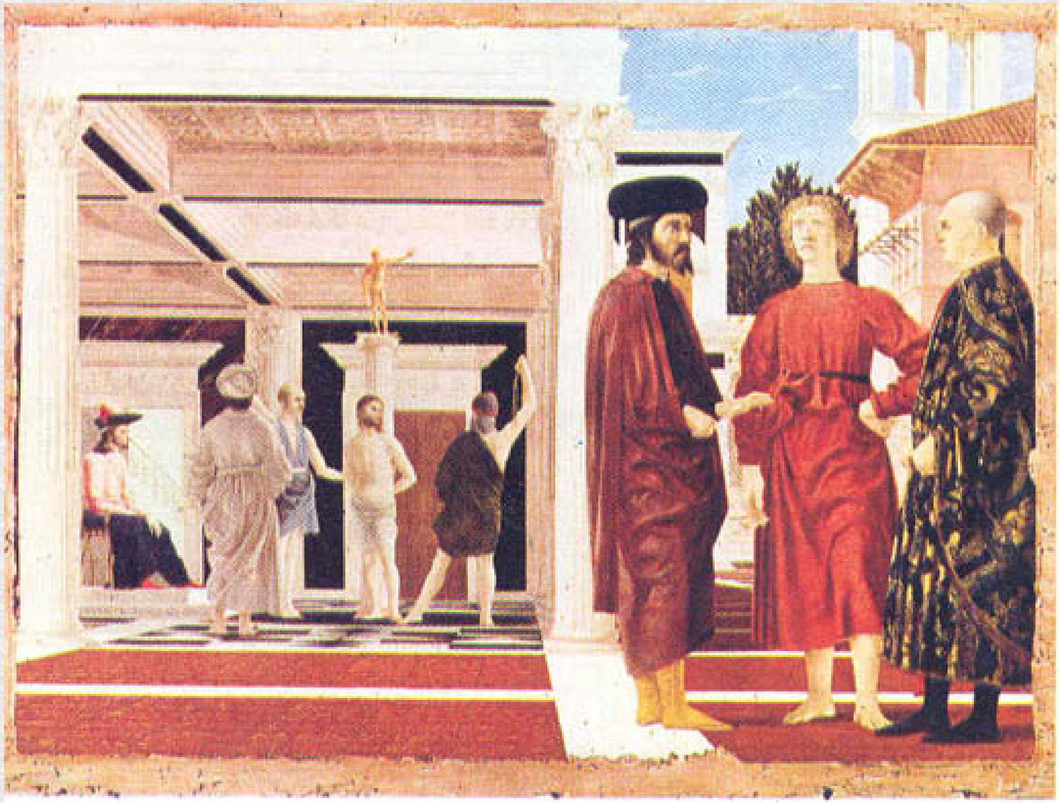
Еще в эпоху Возрождения художники открыли, что любая картина имеет определенные точки, невольно приковывающие наше внимание, так называемые зрительные центры. При этом абсолютно неважно, какой формат имеет картина - горизонтальный или вертикальный. Таких точек всего четыре, они делят величину изображения по горизонтали и вертикали в золотом сечении, т.е. расположены они на расстоянии примерно 3/8 и 5/8 от соответствующих краев плоскости.



Переходя к примерам «золотого сечения» в живописи, нельзя не остановить своего внимания на творчестве Леонардо да Винчи. Его личность – одна из загадок истории. Сам Леонардо да Винчи говорил: «Пусть никто, не будучи математиком, не дерзнет читать мои труды».Портрет Монны Лизы (Джоконды) долгие годы привлекает внимание исследователей, которые обнаружили, что композиция рисунка основана на золотых треугольниках, являющихся частями правильного звездчатого пятиугольника.

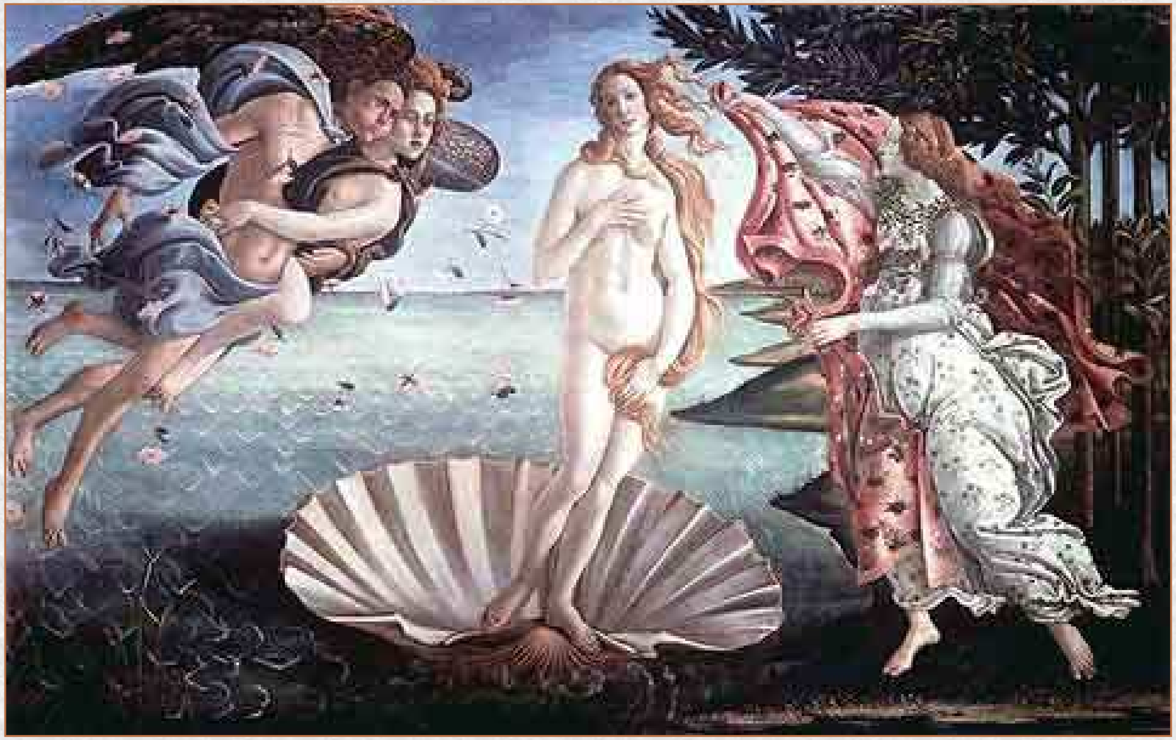


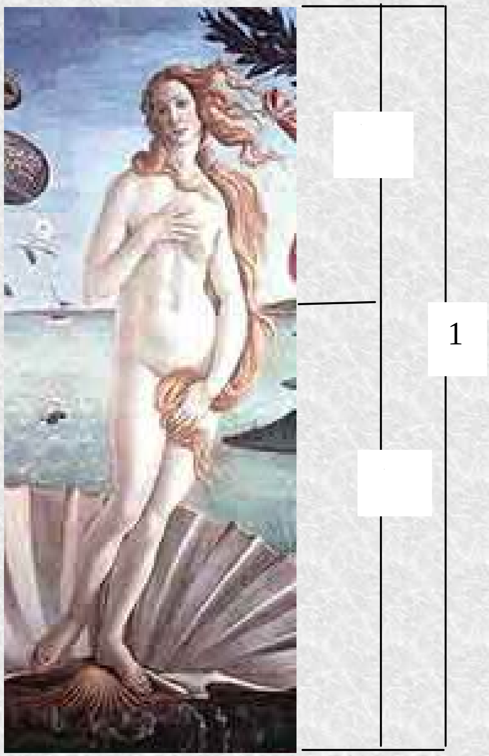




На картине крупного итальянского живописца и математика XY века Пьетро делла Франческа "Бичевание Христа" в мраморной плите пола, украшающей портик, обнаруживается сложный геометрический узор. Представив этот чертеж как вид сверху, получим прямоугольник, построенный с использованием "Золотого сечения": перед глазами зрителей предстаёт замечательная восьмиугольная звезда, которая обладает как художественной красотой так и математическим совершенством.

Сандро Ботичелли «Рождение Венеры» (около 1485 г).

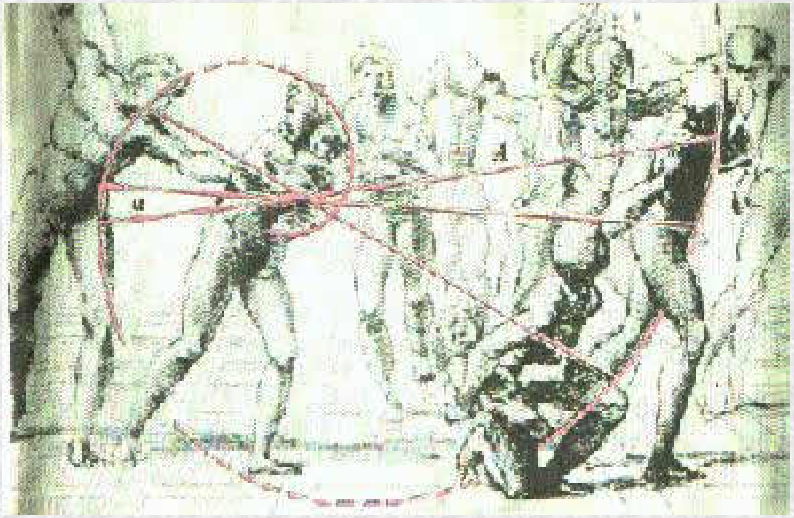




Пропорции Венеры выполнены в золотом сечении

Следующая картина была начата Рафаэлем 1509 — 1510 годах, но не была закончена, его эскиз был гравирован Маркантинио Раймонди, на его основе он создал гравюру «Избиение младенцев» — эта работа основана по правилу золотой спирали.

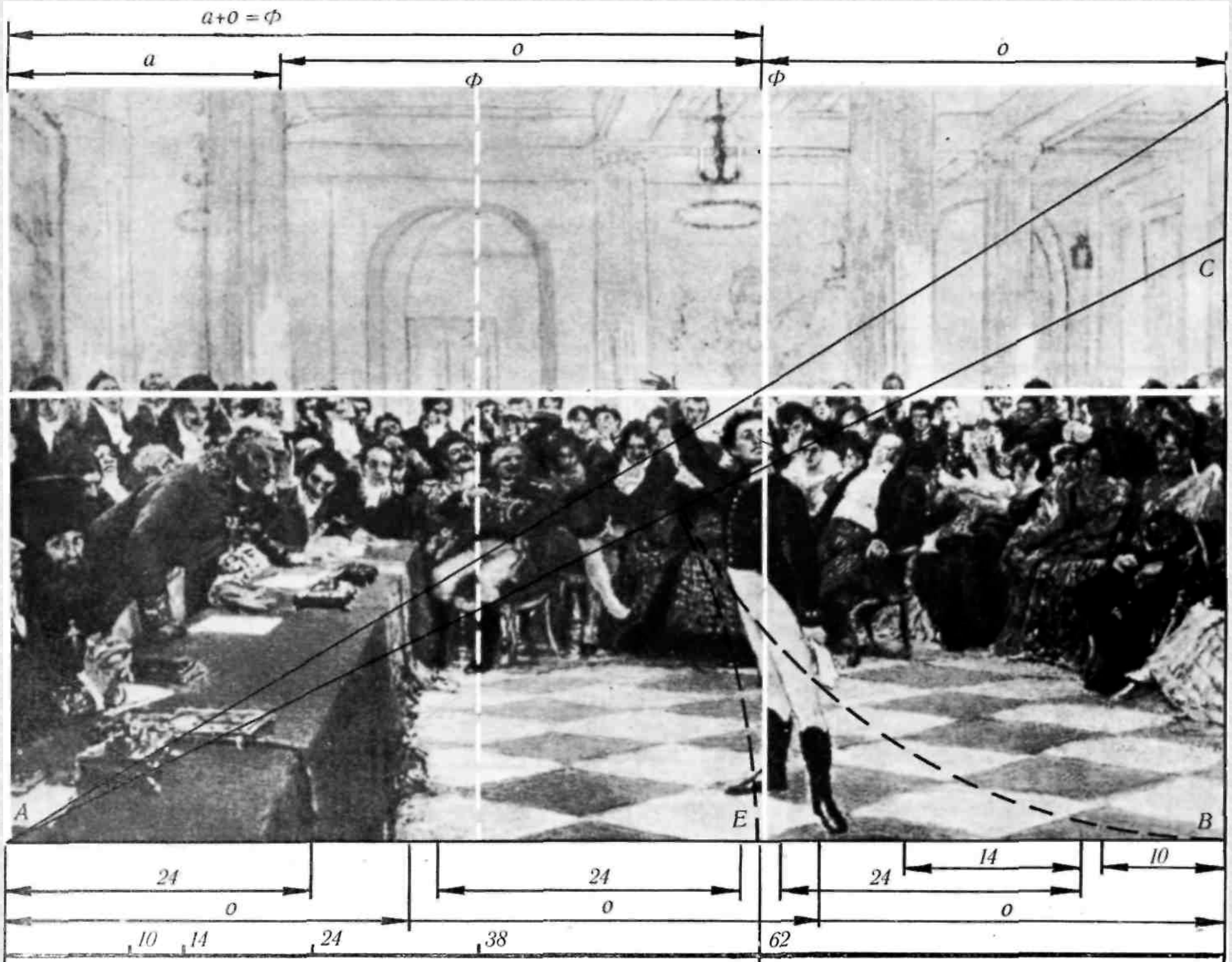
На подготовительном эскизе Рафаэля проведены красные линии, идущие от смыслового центра композиции - точки, где пальцы воина сомкнулись вокруг лодыжки ребенка, - вдоль фигур ребенка, женщины, прижимающей его к себе, воина с занесенным мечом и затем вдоль фигур такой же группы в правой части эскиза. Если естественным образом соединить эти куски кривой пунктиром, то с очень большой точностью получается золотая спираль



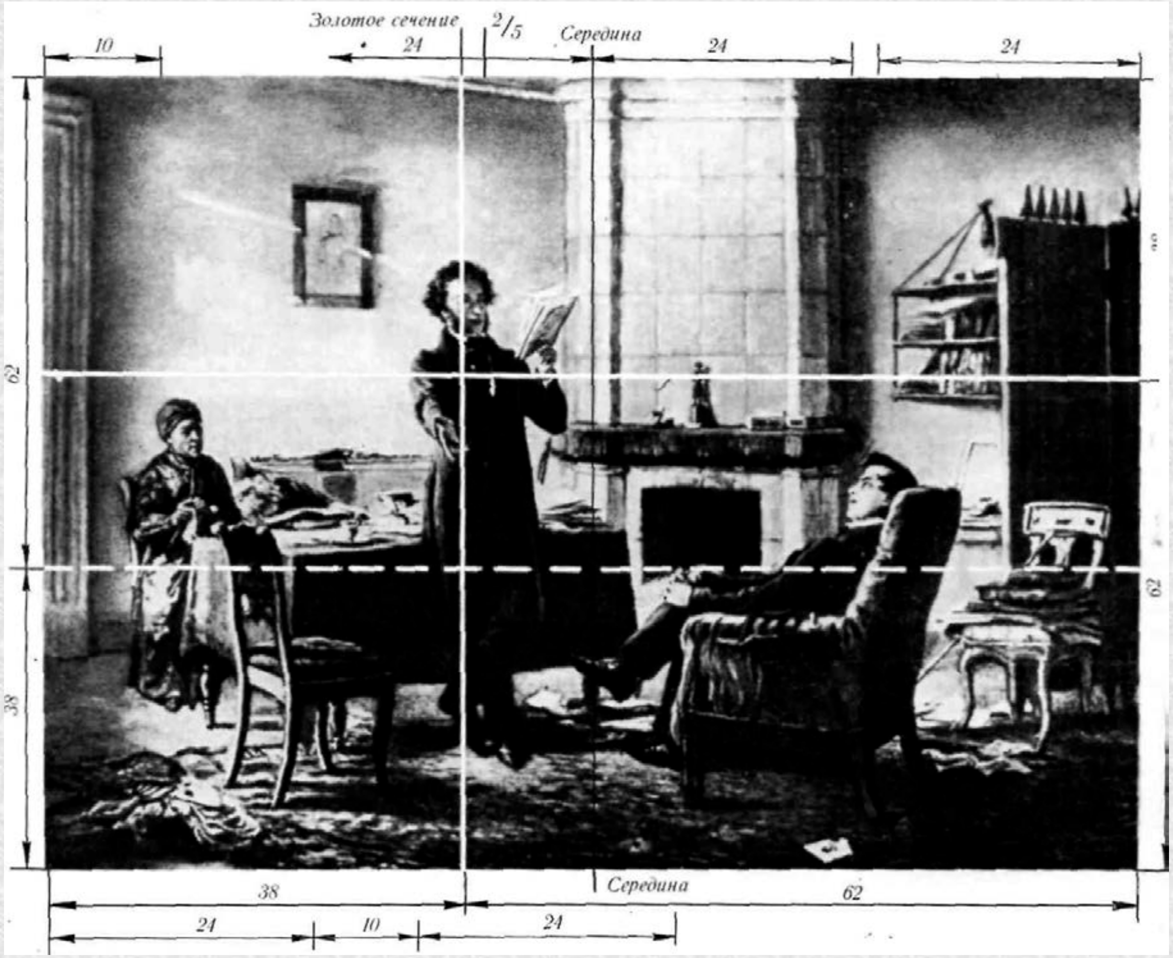
И. И. Шишкин "Сосновая роща"

На знаменитой картине И. И. Шишкина "Сосновая роща" с очевидностью просматриваются мотивы золотого сечения. Ярко освещенная солнцем сосна (стоящая на первом плане) делит длину картины по золотому сечению. Справа от сосны - освещенный солнцем пригорок. Он делит по золотому сечению правую часть картины по горизонтали. Слева от главной сосны находится множество сосен - при желании можно с успехом продолжить деление картины по золотому сечению и дальше.

А.С.Пушкин на акте в Лицее 8 января 1815 года. 1911 - И.Е. Репин.

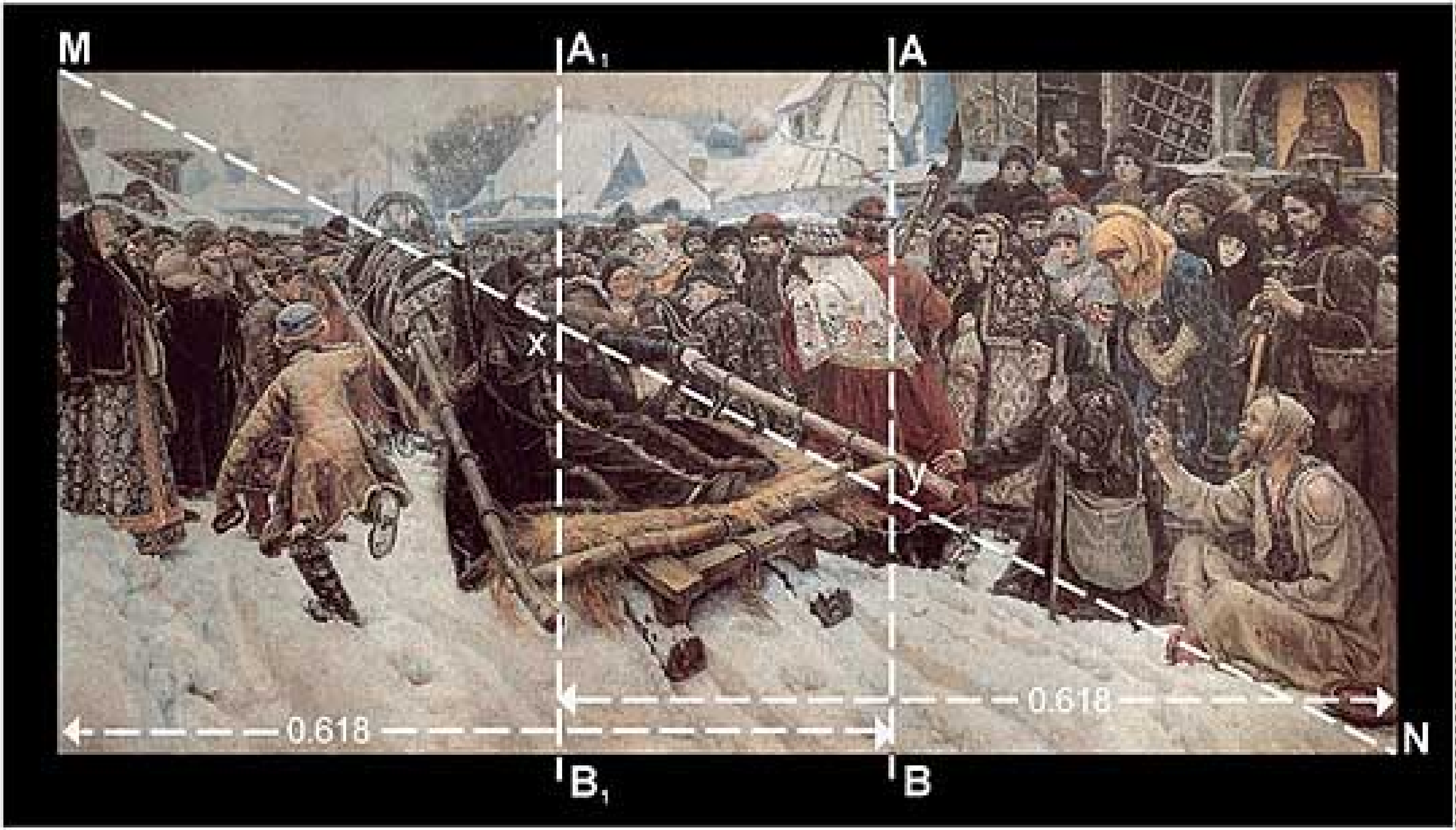

a+o = Ф
a
o
o
Ф
Ф
C
A
E
B
24
24
14
10
24
o
o
o
10
14
24
38
62

Николай Николаевич Ге «А. С. Пушкин в селе Михайловском»



В этой картине фигура Пушкина поставлена художником слева на линии золотого сечения. Композиционное построение картины подобно картине Репина. Голова военного, с восторгом слушающего чтение поэта, находится на другой вертикальной линии золотого сечения.

В.Суриков. Боярыня Морозова



Маленькая чертёжно-геометрическая работа покажет нам, что обе эти точки драмы включают между собой два вертикальных сечения, которые проходят на 0,618... от каждого края прямоугольника картины

Константин Васильев "У окна"

Широко использовал золотое сечение в своем творчестве талантливый русский художник Константин Васильев, рано ушедший из жизни. Еще будучи студентом Казанского художественного училища, он впервые услышал о "золотом сечении". И с тех пор, приступая к каждой своей работе, он всегда начинал с того, что мысленно пытался определить на холсте ту основную точку, куда должны были стягиваться, как к невидимому магниту, все сюжетные линии картины. Ярким примером картины, построенной "по золотому сечению", является картина "У окна".

Вся кульминация ее заложена именно в образе девушки, чье лицо озарено удивительной чистотой, достоинством и еще спокойной мудростью. И лицо девушки художник разместил в "золотой" точке картины, которая находится на пересечении двух "золотых" линий - горизонтальной и вертикальной, которые в точности проходят через глаз девушки. И это композиционное решение является одной из причин ощущения удивительной гармонии, которой наполнена картина, олицетворяющая все те исконные начала, которые всегда делали русскую женщину прекрасной.

Заключение

Искусство, наука, красота… Как часто мы произносим и слышим эти слова и как редко утруждаем себя задуматься над их смыслом и содержанием! Как любим мы поговорить о произведениях искусства или достижениях науки и как редко замечаем, что обе эти великие сферы человеческой деятельности, внешне столь разные и далекие друг от друга, тесно переплетены между собой незримыми узами! Как мало мы знаем о том, насколько давно образовались эти узы, сколь они крепки и необходимы и науке и искусству, так что разорвать их нельзя, не повредив и тому и другому, и что красота является самым крепким связующим звеном между наукой и искусством!

Раньше мне казалось, что математика - это просто наука, где главное выучить формулу или теорему и уметь правильно применять их при выполнении и решении различных заданий и задач. Теперь же я знаю, что мир математических наук разносторонен и многообразен. Золотая пропорция – это всего лишь маленькая частица огромного мира точных наук.

Литература

1. Золотая пропорция. Васютинский Н. А. М.: Молодая гвардия, 1990
2. Стахов А., Слученкова А., Щербаков И. Код да Винчи и ряды Фибоначчи. СПб.: Питер, 2006

3. Ковалев Ф. В. Золотое сечение в живописи: Учеб. пособие.— К.: Выща шк., 1989.

4. Волошинов А.В. Математика и искусство. М.: Просвещение, 1992

5. http://netnotes.narod.ru/math/gold2.html